



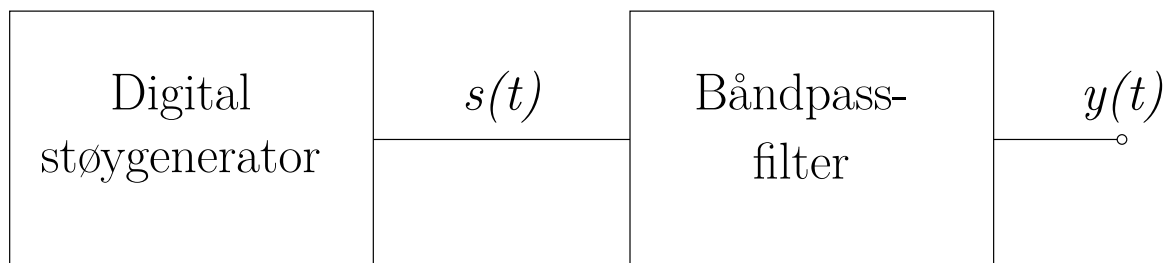
<h1>Fra støy til tone</h1>	
Tittel: Fra støy til tone	
Forfattere: Andreas Lindeman	
Versjon: 3.3	Dato: 07.12.2025

## Innhold

<b>1</b>	<b>Problembeskrivelse</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Prinsipiell løsning</b>	<b>2</b>
2.1	Generering av pseudo-tilfeldig støy (LFSR) . . . . .	2
2.2	Analog båndbegrensning (Delyiannis–Friend) . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Realisering og test</b>	<b>5</b>
3.1	Realisering . . . . .	5
3.2	Måleoppsett og metode . . . . .	7
3.3	Resultater og diskusjon . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Takk</b>	<b>10</b>
<b>6</b>	<b>Kilder</b>	<b>10</b>

## 1 Problembeskrivelse

Vi vil ta for oss design av et system som vist i Figur 1.



**Figur 1:** System for generering av båndbegrenset støy.

Systemets oppgave er å generere et tilnærmet hvitt signal  $s(t)$  i det hørbare området, omtrent fra 20 Hz til 20 kHz, og deretter båndbegrense dette signalet rundt en valgt frekvens  $f_0$  for å

produsere et utgangssignal  $y(t)$  med tydelig tonal karakter. Testgeneratoren skal implementeres digitalt på en FPGA av typen Lattice ICE40HX1K, og det båndbegrensede signalet skal realiseres ved hjelp av et analogt filter.

Følgende antagelser ligger til grunn for systemets virkemåte og rammebetingelser:

**Funksjonelle krav:**

- FPGA-en skal generere et digitalt sekvensielt signal som fremstår som hvit støy med flatt spektrum innen det hørbare området.
- Filteret skal forme spekteret slik at signalet  $y(t)$  har et smalt frekvensbånd rundt  $f_0$ .
- Båndbredden skal være smal nok til å produsere et hørbart tonalt inntrykk.

**Ikke-funksjonelle krav:**

- Systemet skal kunne lyttes til via høyttaler eller annet audio-grensesnitt.
- Tilgjengelig teknologi er begrenset til FPGA-en, operasjonsforsterkere, motstander og kondensatorer.
- Filterets Q-faktor bør være minst 10 for å sikre tilstrekkelig smal båndbredde.

**Krav til størrelser:**

- Frekvensområdet for  $s(t)$  bør dekke minst 20 Hz–20 kHz.
- Tonalfrekvensen  $f_0$  velges etter praktiske hensyn og komponentverdier.

## 2 Prinsipiell løsning

Systemet er delt inn i to hovedblokker: en digital støykilde realisert ved hjelp av et lineært tilbakekoblet skiftregister (LFSR), og et analogt båndpassfilter av typen Delyiannis–Friend. Denne seksjonen beskriver den teoretiske virkemåten og dimensjoneringsgrunnlaget for disse blokkene.

### 2.1 Generering av pseudo-tilfeldig støy (LFSR)

For å generere hvit støy digitalt benyttes prinsippet om *Linear Feedback Shift Registers* (LFSR). En LFSR består av et skiftregister med lengde  $L$  (antall bit), hvor inngangen til det første registeret er en lineær funksjon (XOR) av tilstanden til utvalgte registre lenger ut i kjeden. Disse utvalgte posisjonene kalles *taps*.

Dersom taps-posisjonene velges i henhold til et *primitivt polynom*, vil LFSR-en generere en sekvens av maksimal lengde før den gjentar seg selv. Denne lengden er gitt ved:

$$N = 2^L - 1 \quad (1)$$

En slik sekvens, kjent som en m-sekvens (Maximum Length Sequence), har autokorrelasjonsegenskaper som tilnærmet likner hvit støy, forutsatt at perioden  $N$  er tilstrekkelig lang i forhold til observasjonstiden [3].

Siden et LFSR med bare nuller vil forbli i null-tilstand (lock-up), må registeret initialiseres med en startverdi, kalt *seed*, som er ulik null. Valg av seed påvirker ikke sekvensens spektrale egenskaper eller lengde, kun startfasen i sekvensen.

LFSR-en produserer en diskret sekvens  $v[n] \in \{0, 1\}$ . For å benytte dette i et analogt system, tolkes utgangen som et bipolart signal der logisk '0' og '1' mappes til henholdsvis  $-V_{\text{ref}}$  og  $+V_{\text{ref}}$ . Det bipolare signalet  $x[n]$  kan uttrykkes som:

$$x[n] = (2v[n] - 1)V_{\text{ref}} \quad (2)$$

Hvor  $V_{\text{ref}}$  representerer systemets logiske spenningsnivå. Dette signalet danner grunnlaget for det analoge signalet  $s(t)$  som sendes videre til filteret. Tabell 2 viser eksempler på taps-konfigurasjoner for ulike registerlengder  $L$  som gir maksimale sekvenslengder.

## 2.2 Analog båndbegrensning (Delyiannis–Friend)

For å filtrere støysignalet til en smalbandet tone benyttes en Delyiannis–Friend båndpass-topologi. Dette er en aktiv filterkrets basert på en operasjonsforsterker, som vist i Figur 3. Topologien er valgt fordi den tillater realisering av høy Q-faktor og justerbar senterfrekvens  $f_0$  med et minimalt antall komponenter.

Kretsens overføringsfunksjon bestemmes av komponentverdiene  $R_1, R_2, R_3$  og kondensatorene  $C$ . Sammenhengen mellom komponentverdiene og filterparametrene senterfrekvens ( $f_0$ ), båndbredde ( $B$ ) og Q-faktor ( $Q$ ) er gitt ved [1]:

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi C \sqrt{(R_1 \parallel R_2) R_3}} \\ B &= \frac{1}{\pi R_3 C} \\ Q &= \frac{f_0}{B} \end{aligned} \quad (3)$$

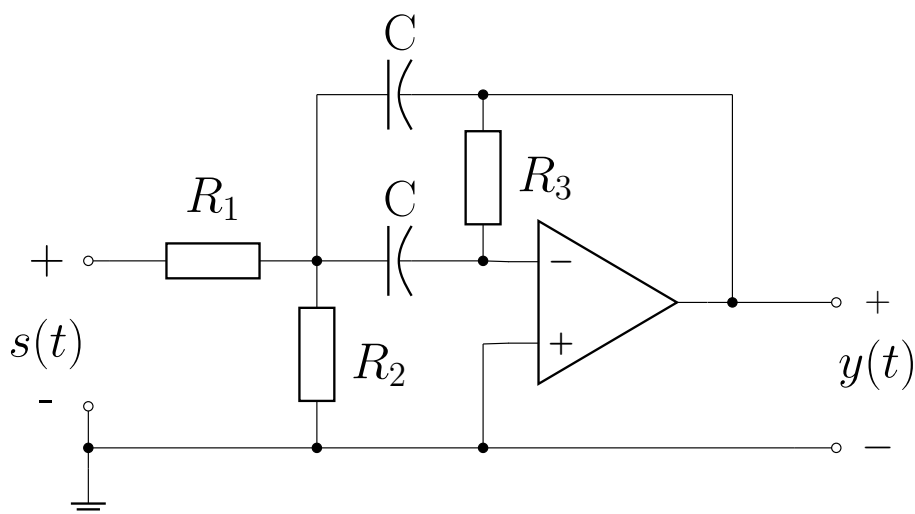
For dimensjonering tar man ofte utgangspunkt i en ønsket båndbredde  $B$  og kondensatorverdi  $C$  for å bestemme  $R_3$ . Deretter beregnes  $R_1$  og  $R_2$  basert på ønsket forsterkning  $H_0$  ved resonansfrekvensen og Q-faktoren. De dimensjonerende ligningene blir dermed:

# of Bits	Length of Loop	Taps
2	3 *	[0,1]
3	7 *	[0,2]
4	15	[0,3]
5	31 *	[1,4]
6	63	[0,5]
7	127 *	[0,6]
8	255	[1,2,3,7]
9	511	[3,8]
10	1,023	[2,9]
11	2,047	[1,10]
12	4,095	[0,3,5,11]
13	8,191 *	[0,2,3,12]
14	16,383	[0,2,4,13]
15	32,767	[0,14]
16	65,535	[1,2,4,15]
17	131,071 *	[2,16]
18	262,143	[6,17]
19	524,287 *	[0,1,4,18]
20	1,048,575	[2,19]
21	2,097,151	[1,20]
22	4,194,303	[0,21]
23	8,388,607	[4,22]
24	16,777,215	[0,2,3,23]
25	33,554,431	[2,24]
26	67,108,863	[0,1,5,25]
27	134,217,727	[0,1,4,26]
28	268,435,455	[2,27]
29	536,870,911	[1,28]
30	1,073,741,823	[0,3,5,29]
31	2,147,483,647 *	[2,30]
32	4,294,967,295	[1,5,6,31]

**Figur 2:** Tabell over tilbakekoblinger (taps) for generering av maksimale sekvenser [2].

$$\begin{aligned}
R_3 &= \frac{1}{\pi BC} \\
R_1 &= \frac{R_3}{2H_0} \\
R_2 &= \frac{R_3}{4Q^2 - 2H_0}
\end{aligned} \tag{4}$$

Disse relasjonene benyttes i realiseringsfasen for å velge komponentverdier som oppfyller kravene til tonefrekvens og båndbredde definert i problembeskrivelsen.



Figur 3: Prinsipiell skisse av Delyiannis–Friend båndpassfilter.

### 3 Realisering og test

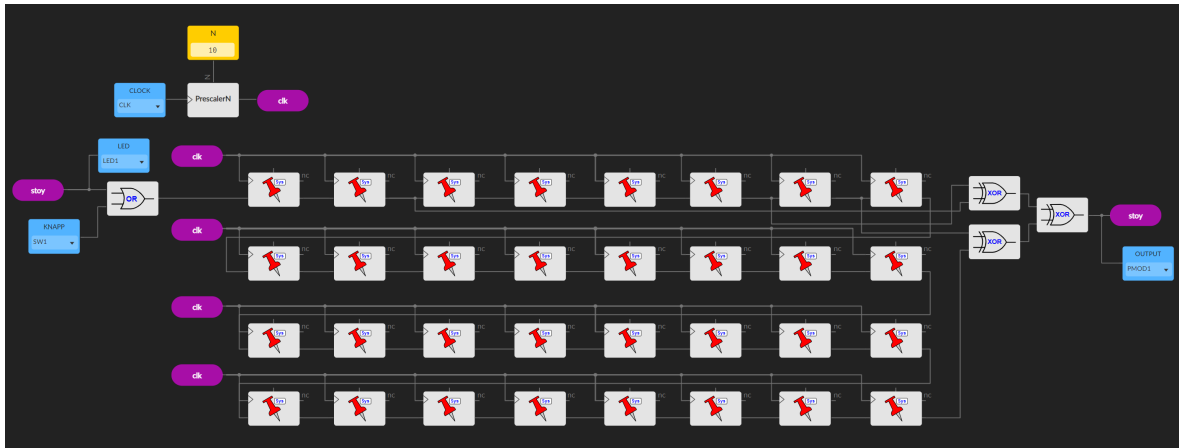
#### 3.1 Realisering

Systemet ble realisert i to deler: en digital del på FPGA for støygenerering og en analog del for filtrering. Den analoge kretsen ble loddet på et eksperimentkort (veroboard) for å minimere parasittiske effekter og sikre mekanisk stabilitet.

#### Digital implementering (FPGA)

Støygeneratoren ble implementert på en Lattice ICE40HX1K FPGA ved bruk av det grafiske utviklingsverktøyet IceStudio. Designet består av en LFSR-blokk som genererer en pseudo-tilfeldig bitstrøm.

For å unngå at LFSR-en låser seg i null-tilstand ved oppstart, ble en fysisk trykknapp på utviklingskortet koblet til modulens reset-inngang. Ved å trykke på knappen settes en initiell verdi (seed) i registeret, noe som starter sekvensen. Figur 4 viser blokkdiagrammet realisert i IceStudio.



**Figur 4:** Realisering av støysystemet i IceStudio, inkludert knapp for initialisering.

Det digitale utgangssignalet fra FPGA-en er et 3,3V puls-tog. Dette fungerer i praksis som en 1-bits DAC. Før signalet sendes inn til det aktive filteret, dempes de høyfrekvente svitsjekomponentene noe gjennom en enkel passiv RC-kobling (lavpass), slik at signalet  $s(t)$  fremstår som bredbåndet analog støy.

### Analog implementering (Filter)

Filteret ble realisert ved hjelp av en operasjonsforsterker i Delyiannis–Friend-konfigurasjon. For å beregne nødvendige komponentverdier, ble designligningene (4) benyttet.

Følgende designmål ble satt for det akustiske signalet:

- **Senterfrekvens:**  $f_0 = 920$  Hz
- **Kvalitetsfaktor:**  $Q = 12$

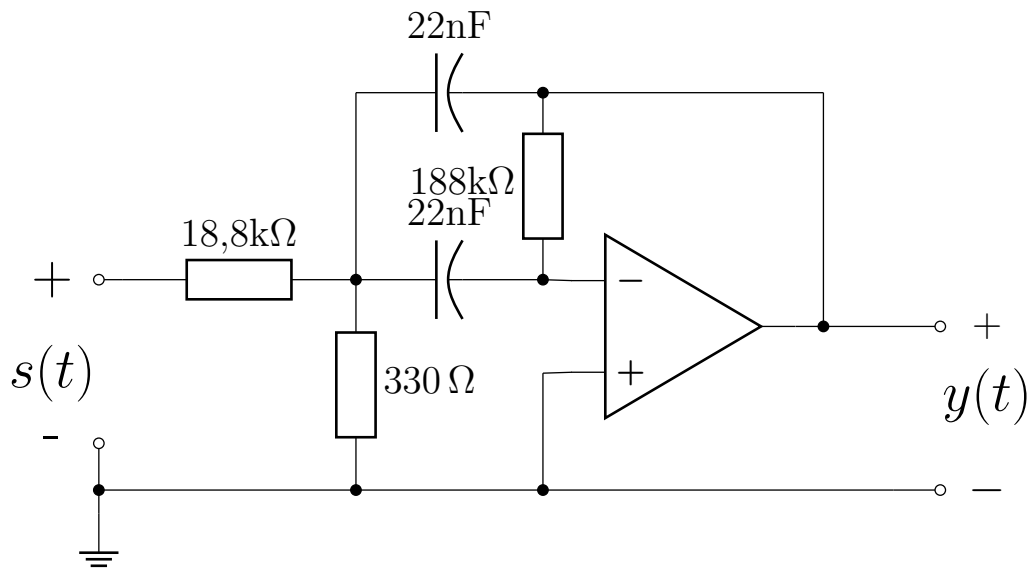
Vi setter ønsket  $Q$ -verdi til 12 for å ha en liten buffer under realisering av kretsen. I dimensjoneringsprosessen ble kondensatorverdien  $C$  først valgt til 22 nF basert på tilgjengelighet. Ved å sette inn  $f_0$ ,  $Q$  og  $C$  i ligningene, ble de ideelle motstandsverdiene beregnet.

Tabell 1 viser disse beregnede ideelle verdiene sammenlignet med de verdiene som faktisk ble realisert. For å komme så nær de beregnede verdiene som mulig, ble enkelte motstander realisert ved å seriekoble to resistorer.

**Tabell 1:** Beregning og valg av komponentverdier (basert på mål om  $f_0 = 920$  Hz,  $Q = 12$ ,  $C = 22$  nF).

Komponent	Beregnet (Ideell)	Realisert verdi	Utførelse
$R_3$	188,7 k $\Omega$	188 k $\Omega$	Seriekobling: 120k + 68k
$R_1$	18,87 k $\Omega$	18,8 k $\Omega$	Seriekobling: 12k + 6,8k
$R_2$	333,5 $\Omega$	330 $\Omega$	Enkel resistor

Kretskjemaet med de endelige, realiserte verdiene er vist i Figur 5.



Figur 5: Kretskjemaet med realiserte komponentverdier.

Figur 6 viser bilder av det ferdig loddede kortet.



(a) Forside



(b) Bakside (loddesside)

Figur 6: Det realiserte filteret loddet på veroboard.

### 3.2 Måleoppsett og metode

Målingene ble utført med en Analog Discovery 2 og programvaren WaveForms. Resultatene ble eksportert som CSV-filer og plottet i Python. Følgende metoder ble benyttet:

- **FFT (Fast Fourier Transform):** Benyttet for å analysere signalets frekvensspektrum. Dette viser energifordelingen over frekvensområdet og gjør det mulig å verifisere om støyen er "hvit"(flatt spektrum) og om utgangen er båndbegrenset.

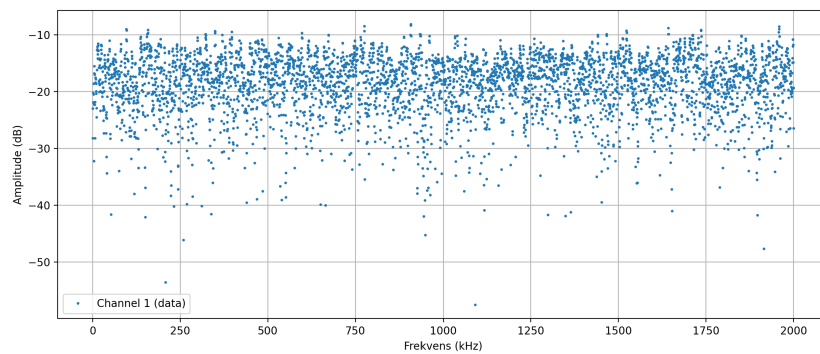
- **Oscilloskop:** Brukt for å inspisere tidsdomene-signalet for å bekrefte støynatur og signalnivåer.
- **Bode-plot (Nettverksanalyse):** Et frekvenssveip ble kjørt gjennom filterkretsen for å kartlegge den faktiske overføringsfunksjonen, senterfrekvensen og båndbredden.

### 3.3 Resultater og diskusjon

Nedenfor presenteres måleresultatene for både støygeneratoren og filteret.

#### Støyspektrum

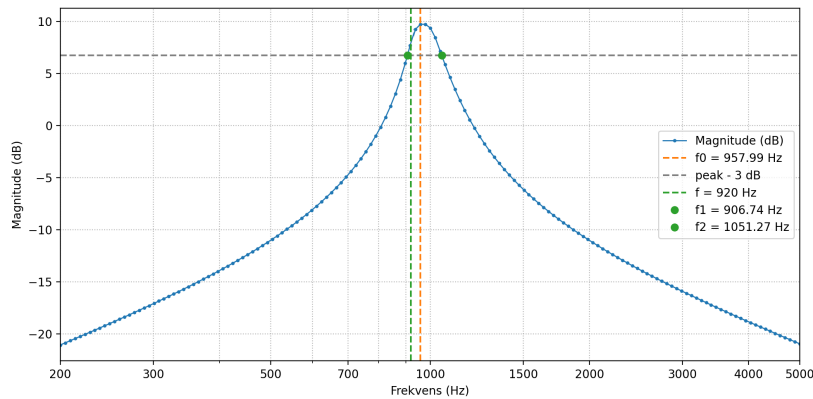
FFT-analysen av signalet før filteret (Figur 7) bekrefter at FPGA-generatoren produserer et bredbåndet signal med tilnærmet flat frekvensrespons i det aktuelle området, noe som indikerer en vellykket realisering av hvit støy.



**Figur 7:** FFT av inngangssignalet  $s(t)$  (støy før filter).

#### Filterkarakteristikk

Bode-plottet i Figur 8 viser frekvensresponsen til det loddede filteret.



**Figur 8:** Målt frekvensrespons (Bode-plot) for filteret.

Tabell 2 oppsummerer de målte ytelsesparametrene sammenlignet med det opprinnelige målet og de teoretiske verdiene (rekalkulert basert på de faktisk valgte motstandene i Tabell 1).

**Tabell 2:** Sammenligning av mål, teori og målte resultater.

Parameter	Designmål	Teoretisk*	Målt
Senterfrekvens $f_0$	920 Hz	920,6 Hz	958,0 Hz
Q-faktor	12,0	12,0	6,6

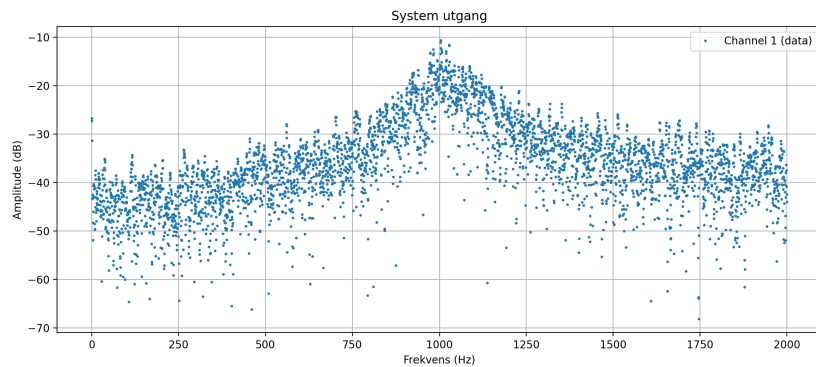
\*Basert på de valgte komponentverdiene ( $R_1, R_2, R_3, C$ ).

## Diskusjon av avvik

Som tabellen viser, er det et avvik mellom teori og praksis. Senterfrekvensen ligger ca. 4% høyere enn beregnet, mens Q-faktoren er betydelig redusert (fra 12 til 6,6). Dette kan forklares ved flere faktorer:

1. **Komponenttoleranser:** Resistorene og keramiske kondensatorer har ofte toleranser på  $\pm 1 - 5\%$  eller mer. En faktisk kondensatorverdi som er litt lavere enn 22 nF vil direkte føre til at både senterfrekvensen og båndbredden øker (som gir lavere Q), i henhold til likningene i prinsipiell løsning.
2. **Ikke-ideell operasjonsforsterker:** Den teoretiske utledningen antar uendelig forsterkning og båndbredde. Reelle op-amper har begrensninger på produkt av forsterkning og båndbredde som reduserer effektiv Q-verdi ved høyere frekvenser og forsterkninger.
3. **Måleoppsett og oppkobling:** strø-kapasitanser, -induktanser og -mostander, samt tilkobling av prober og kabler introduserer ekstra kapasitans og resistans i parallell med kretsen. Noe som kan påvirke filteret.

Til tross for avvikene viser utgangssignalet i Figur 9 en tydelig spektral topp rundt  $f_0$ . Lytte-testen bekreftet også at signalet hadde en klar tonal karakter, selv om båndbredden var noe bredere enn planlagt.



**Figur 9:** FFT av utgangssignalet  $y(t)$  som viser båndbegrenset støy.

## 4 Konklusjon

Det utviklede systemet genererer et pseudo-tilfeldig støysignal ved hjelp av et FPGA-basert LFSR og båndbegrenser signalet med et Delyiannis–Friend-filter. Målingene viser at filteret gir en tydelig resonans og produserer et hørbart tonalt inntrykk, samtidig som støykomponenten fortsatt er merkbar. Den målte resonansfrekvensen og Q-faktoren avviker fra de teoretiske verdiene, men oppførselen samsvarer med forventede toleranser og ikke-ideelle komponenter. Samlet sett oppfyller designet kravene til frekvensområde, tonalitet og funksjonell demonstrasjon av prinsippene for både digital støygenerering og analog båndbegrensning.

## 5 Takk

Jeg vil gjerne takke Nicolai Lindeman for hjelp til lodding og henting av enkelte komponenter.

## 6 Kilder

### Referanser

- [1] Tlt-8016 basic analog circuits: “active filters and tuned circuits”.
- [2] Max Maxfield. Tutorial: Linear feedback shift registers (lfrss) – part 1. <https://www.eetimes.com/tutorial-linear-feedback-shift-registers-lfrss-part-1/>.
- [3] Carl Richard Steen Fosse og Lars Lundheim. Teknisk notat: Design av en digital støygenerator. 2025.